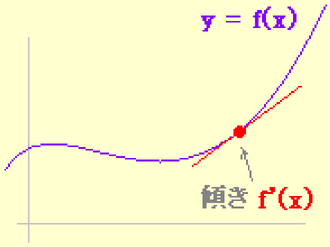
← PC版は別頁

== 微分法 ==

スマホ画面の横幅が，教材の横幅と少し合わないときは，リンクの掛かっていない文字［例えばこの文字］をトントンとたたくと合うようです（ダブルクリック，ダブルタップ）

○　整式（多項式）の微分

(1)　関数 $y=f(x)$ の x における接線の傾きは，その導関数 $f'(x)$ に等しい．



※　導関数を求めることを，微分するという．

(2)　整式を微分するには，次の公式による．

・$y=x^n$ → $y'=nx^{n-1}$ (n=1，2，3，･･･)
・$y=k$ (定数) → $y'=0$

例1

・ $y=x$ → $y'=1$
・ $y=x^2$ → $y'=2x$
・ $y=x^3$ → $y'=3x^2$
・ $y=x^4$ → $y'=4x^3$
・ $y=5$ → $y'=0$

（解説）

$f(x)=k$ (定数)のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{k-k}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{0}{h}=0$$

$f(x)=x$ のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h}=1$$

$f(x)=x^2$ のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(2x+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x$$

$f(x)=x^3$ のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-x^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(3x^2+3xh+h^2)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)=3x^2$$

一般に，$f(x)=x^n$ のとき，

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\frac{x^n + nx^{n-1}h + \cdots + nxh^{n-1} + h^n - x^n}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\frac{nx^{n-1}h + \cdots + nxh^{n-1} + h^n}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\frac{h(nx^{n-1} + \cdots + nxh^{n-2} + h^{n-1})}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}(nx^{n-1} + \cdots + nxh^{n-2} + h^{n-1}) \\
&= nx^{n-1}
\end{aligned}
$$

(3) 関数の定数倍，和差の微分については，次の公式が成り立つ．（微分してから定数倍，和差を作ればよい．）

・$y = kf(x) \to y'(x) = kf'(x)$

・$y = f(x) + g(x) \to y'(x) = f'(x) + g'(x)$

例2

・ $y=3x^2 \to y'= 3\cdot 2x=6x$

・ $y=2x^5 \to y'= 2\cdot 5x^4=10x^4$

・ $y=x^2+x \to y'= 2x+1$

・ $y=x^5-x^4 \to y'= 5x^4-4x^3$

・ $y=4x^3-3x^2 \to y'= 12x^2-6x$

・ $y=-3x^2+4x-2 \to y'=-6x+4$

(4) 関数の積，商の微分については，次のような計算はできないので注意が必要

$$f(x)g(x) \to \times \to f'(x)g'(x)$$

$$\frac{f(x)}{g(x)} \to \times \to \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

整式の積は展開してから微分すると簡単に計算できる．

例3

・ $y=(x+1)(x+2)$

$\to y=x^2+3x+2 \to y'=2x+3$

・ $y=(x+1)^2$

$\to y=x^2+2x+1 \to y'=2x+2$

■即答問題■

(1)　次の関数を微分せよ．（空欄入力は半角英数字）

・ $y=x^8$ → $y'=$ ☐ x ☐

・ $y=x^3 - x^2$ → $y'=$ ☐ x ☐ - ☐ x

・ $y=3$ → $y'=$ ☐

Check Reset

(2)　次の関数を微分せよ．

・ $y=(x+3)(x+2)$ → $y'=$ ☐ $x+$ ☐

・ $y=x(x+4)$ → $y'=$ ☐ $x+$ ☐

- $y=(x-5)^2 \rightarrow y' = \square x - \square$

- $y=(x+1)^3 \rightarrow y' = \square x^{\square} + \square x + \square$

Check Reset