→ スマホ版は別頁

== 微分公式のまとめ ==

○ いろいろな関数の微分

○ 整関数，有理関数

(1) $y=x^n$ （n は正の整数） → $y'=nx^{n-1}$

(2) $y=x^{-n}$ （n は正の整数） → $y'=-nx^{-n-1}$

(3) 一般に $y=x^a$ （a は正負の実数) → $y'=ax^{a-1}$

※ $a=0$ すなわち $y=1$ の場合も結果はこれでよいが，$y=k$ (定数) → $y'=0$ は分けて覚えるとよい．）

○ 指数関数

(4) $y=e^x$ → $y'=e^x$

(5) $y=a^x$ → $y'=a^x\log a$

○ 対数関数

(6) $y=\log|x|$ → $y'=\dfrac{1}{x}$

(7) $y=\log_a x$ → $y'=\dfrac{1}{x\log a}$

○ 三角関数

(8) $y=\sin x$ → $y'=\cos x$

(9) $y=\cos x$ → $y'=-\sin x$

(10) $y=\tan x$ → $y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}$

例

(1) $y=x^7$ → $y'=7x^6$

(2) $y=x^{-5}$ → $y'=-5x^{-6}$

(3) $y=x^{\frac{1}{2}}$ → $y'=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

(4)の合成 $y=e^{3x}$ → $y'=3e^{3x}$

(5) $y=10^x$ → $y'=10^x\log 10$

(6)の合成 $y=\log 3x$ → $y=\log x+\log 3$ → $y'=\dfrac{1}{x}$

(7) $y=\log_{10}x$ → $y'=\dfrac{1}{x\log 10}$

(8)の合成 $y=\sin 3x$ → $y'=3\cos 3x$

(9)の合成 $y=\cos 3x$ → $y'=-3\sin 3x$

(10)の合成 $y=\tan 3x$ → $y'=\dfrac{3}{\cos^2 3x}$

○ 積，商，合成関数，逆関数，陰関数の微分法

(11) $y=f(x)g(x)$ → $y'=f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

(12) $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ → $y'=\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$

(13) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dt}\dfrac{dt}{dx}$

(14) $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$

(15) $f(x,y)=k$ の形で与えられる方程式については，両辺をそのままx で微分するとよい．

例

(11)

i) $y=e^x\sin x$ → $y'=e^x\sin x+e^x\cos x=e^x(\sin x+\cos x)$

ii) $y=(x^2+1)\log x$ → $y'=2x\log x+(x^2+1)\dfrac{1}{x}$

$=\dfrac{2x^2\log x+x^2+1}{x}$

(12)

i) $y=\dfrac{1-\sin x}{1+\sin x}$

→ $y'=\dfrac{(-\cos x)(1+\sin x)-(1-\sin x)\cos x}{(1+\sin x)^2}$

$=\dfrac{-\cos x-\cos x\sin x-\cos x-\sin x\ \cos x}{(1+\sin x)^2}=\dfrac{-2\cos x}{(1+\sin x)^2}$

ii) $y=\dfrac{e^x}{x}$ → $y'=\dfrac{e^x\cdot x-e^x}{x^2}=\dfrac{e^x(x-1)}{x^2}$

(13)

i) $y=\log(\sin x)$ $(0<x<\pi)$

$y=\log t$

$t=\sin x$

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{dt}\dfrac{dt}{dx}=\dfrac{1}{t}\cos x=\dfrac{\cos x}{\sin x}=\cot x$

（なお，$\dfrac{\sin x}{\cos x}=\tan x$，$\dfrac{\cos x}{\sin x}=\cot x$ と書く．）

ii) $y=\cos^3 4x$

$y=t^3$

$t=\cos s$

$s=4x$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\frac{dt}{ds}\frac{ds}{dx}=3t^2(-\sin s)4=-12\cos^2 4x\sin 4x$$

(14)

$$y=arc\sin\frac{x}{2}\quad\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow\quad\frac{x}{2}=\sin y\Leftrightarrow x=2\sin y$$

$$\frac{dx}{dy}=2\cos y=2\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\sqrt{4-x^2}$$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$$

(15)

$$x^3+y^3=1$$

$$\frac{d}{dx}(x^3+y^3)=\frac{d}{dx}(1)$$

$$3x^2+3y^2\frac{dy}{dx}=0$$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{x^2}{y^2}$$

短答問題

次の各方程式について，$\frac{dy}{dx}$ を求めよ．

はじめに，関数を選択し，続いて導関数を選択せよ．

合っていれば消える．間違えばヒントが出る．再開するには，次のボタンを押す：リセット

$y=\tan x\log x$　　$y=\cos(\log x)$　　$y=(x^2+1)^3$

$y=\sin(\cos x)$　　$y=\log(\log x)$　　$y=\log\frac{e^x}{e^x+1}$

$y=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$　　$y=\frac{e^x}{e^x+1}$　　$y=\sqrt{x^2+1}$

$y'=-\sin x(\cos(\cos x))$　　$y'=6x(x^2+1)^2$　　$y'=\frac{1}{e^x+1}$

$y'=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$　　$y'=\frac{2\sin x}{(1+\cos x)^2}$

$y'=\frac{1}{x\log x}$　　$y'=\frac{-\sin(\log x)}{x}$

$y'=\frac{\log x}{\cos^2 x}+\frac{\tan x}{x}$　　$y'=\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$