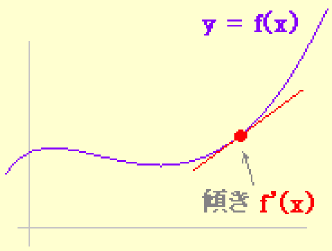
→ スマホ版は別頁

== 微分法 ==

○　整式（多項式）の微分

(1)　関数 $y=f(x)$ のx における接線の傾きは，その導関数 $f'(x)$ に等しい．



※　導関数を求めることを，微分するという．

(2)　整式を微分するには，次の公式による．

- $y=x^n \rightarrow y'=nx^{n-1}$ (n=1, 2, 3, ･･･)
- $y=k$ (定数) $\rightarrow y'=0$

例1

- $y=x \rightarrow y'=1$
- $y=x^2 \rightarrow y'=2x$
- $y=x^3 \rightarrow y'=3x^2$
- $y=x^4 \rightarrow y'=4x^3$
- $y=5 \rightarrow y'=0$

（解説）

$f(x)=k$(定数)のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{k-k}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{0}{h}=0$$

$f(x)=x$のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h}=1$$

$f(x)=x^2$のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(2x+h)}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x$$

$f(x)=x^3$のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-x^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{3x^2h+3xh^2+h^3}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(3x^2+3xh+h^2)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)=3x^2$$

一般に，$f(x)=x^n$のとき，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{x^n+nx^{n-1}h+\cdot\cdot\cdot+nxh^{n-1}+h^n-x^n}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{nx^{n-1}h+\cdot\cdot\cdot+nxh^{n-1}+h^n}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(nx^{n-1}+\cdot\cdot\cdot+nxh^{n-2}+h^{n-1})}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(nx^{n-1}+\cdot\cdot\cdot+nxh^{n-2}+h^{n-1})$$
$$=nx^{n-1}$$

(3)　関数の定数倍，和差の微分については，次の公式が成り立つ．（微分してから定数倍，和差を作ればよい．）

- $y=kf(x)\rightarrow y'(x)=kf'(x)$
- $y=f(x)+g(x)\rightarrow y'(x)=f'(x)+g'(x)$

例2

- $y=3x^2 \rightarrow y'=3\cdot 2x=6x$
- $y=2x^5 \rightarrow y'=2\cdot 5x^4=10x^4$
- $y=x^2+x \rightarrow y'=2x+1$
- $y=x^5-x^4 \rightarrow y'=5x^4-4x^3$
- $y=4x^3-3x^2 \rightarrow y'=12x^2-6x$
- $y=-3x^2+4x-2 \rightarrow y'=-6x+4$

(4)　関数の積，商の微分については，次のような計算はできないので注意が必要

$$f(x)g(x)\rightarrow\times\rightarrow f'(x)g'(x)$$
$$\frac{f(x)}{g(x)}\rightarrow\times\rightarrow\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

整式の積は展開してから微分すると簡単に計算できる．

例3

- $y=(x+1)(x+2)$

$\rightarrow y=x^2+3x+2 \rightarrow y'=2x+3$

- $y=(x+1)^2$

$\rightarrow y=x^2+2x+1 \rightarrow y'=2x+2$

■即答問題■

(1)　次の関数を微分せよ．（空欄入力は半角英数字）

・ $y=x^8$ → $y'=\square x^{\square}$

・ $y=x^3-x^2$ → $y'=\square x^{\square}-\square x$

・ $y=3$ → $y'=\square$

Check Reset

(2)　次の関数を微分せよ．

・ $y=(x+3)(x+2)$ → $y'=\square x+\square$

・ $y=x(x+4)$ → $y'=\square x+\square$

・ $y=(x-5)^2$ → $y'=\square x-\square$

・ $y=(x+1)^3$ → $y'=\square x^{\square}+\square x+\square$

Check Reset