← PC版は別頁

◇微分の計算◇

次の共通の性質と右の基本公式を用いて，様々な関数の導関数（微分）を求めることができる．

線形性

$$\{af(x)+bg(x)\}'=af'(x)+bg'(x)$$

積の微分法

$$(fg)'=f'g+fg'$$

商の微分法

$$\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'g-fg'}{g^2}$$

合成関数の微分法

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dt}{dx}$$

次の公式はよく使われる基本公式である．

- $f(x)=\sqrt[n]{x^m}=x^{\frac{m}{n}}\to f'(x)=\frac{m}{n}x^{\frac{m}{n}-1}$
- $f(x)=\sin x\to f'(x)=\cos x$
- $f(x)=\cos x\to f'(x)=-\sin x$
- $f(x)=\tan x\to f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$
- $f(x)=\arcsin x\to f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x)=\arccos x\to f'(x)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- $f(x)=\arctan x\to f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$
- $f(x)=e^x\to f'(x)=e^x$
- $f(x)=a^x\ (a>0, a\neq 1)\to f'(x)=a^x\log a$
- $f(x)=\log x\to f'(x)=\frac{1}{x}$
- $f(x)=\log_a x\ (a>0, a\neq 1)\to f'(x)=\frac{1}{x\log a}$

例

次の関数の導関数を求めよ．

(1)　$f(x)=\sin 4x+\cos 5x$　→　$f'(x)=4\cos 4x-5\sin 5x$

(2)　$f(x)=\log(x^2+1)$　→　$f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}$

(3)　$y=e^{\cos x}$　→　$y'=-\sin x\, e^{\cos x}$

例

次の関数について，[　　]内に指定されたものを求めよ．

$z=\sin(x-y)$　[　$\frac{\partial z}{\partial x}$，$\frac{\partial z}{\partial y}$，全微分 dz]

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\cos(x-y)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}=-\cos(x-y)$$

$dz=\cos(x-y)dx-\cos(x-y)dy$

（※半角数字=1バイト文字で答えよ）

問題1

次の関数の導関数を求めよ.

(1)

$$y=\sqrt{5x^2+3} \rightarrow y'=\frac{\square\, x}{\sqrt{\square}\sqrt{x^2+\square}}$$

採点する　やり直す　解説

(2) $y=\sin 2x\cos 3x$

$\rightarrow$ $y'=\square\cos 2x\cos 3x-\square\sin 2x\sin 3x$

採点する　やり直す　解説

(3)

$$y=\frac{e^{3x}}{\log 2x} \rightarrow y'=\frac{e^{3x}(\square\, x\log 2x-\square)}{x(\log 2x)^2}$$

採点する　やり直す　解説

問題2

次の関数について，[　　]内に指定されたものを求めよ.

(1) $z=(x^2+y^2)(x^4+y)$　[$\frac{\partial z}{\partial x}$]

$\rightarrow$ $\frac{\partial z}{\partial x}=\square x(\square x^4+\square x^2y^2+y)$

採点する　やり直す　解説

(2) $z=e^x(x+y^2)$ [$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$]

→ $\dfrac{\partial z}{\partial x}=e^x(\square+x+y^2)$ → $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}=\square ye^x$

採点する　やり直す　解説

(3) $f(x, y)=\log(2x+3y)$ [$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}(1,1)$]

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\square}{2x+3y}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{\square}{(2x+3y)^2}$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(1,1)=\frac{\square}{\square}$$

採点する　やり直す　解説

(4) $z=f(x, y)=x^2+2xy+3y^2$

[$x=2$, $y=-1$ のときの接平面の方程式]

→ $z=\square x-\square y-\square$

採点する　やり直す　解説

(5) $z=\sin(2x-3y)$

[$y=\pi$ の断面上の $(0, \pi)$ における接線の方程式]

→ $z=\boxed{}\,x$ （ただし， $y=\pi$ ）

採点する　やり直す　解説

(6) $z=e^{2x+3y}$ ［ 全微分 ］

→ $dz=e^{2x+3y}(\boxed{}\,dx+\boxed{}\,dy)$

採点する　やり直す　解説